

УДК 519.6:532.5

Остапенко А. О., Ліпунов Д. О.

**МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОФАЗНИХ ТЕЧІЙ ЗАСОБАМИ СУЧАСНИХ
ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ**

В роботі розглянута фізика багатофазних течій, математичні моделі гомогенних та гетерогенних течій. Проаналізований стан сучасної обчислювальної гідродинаміки та можливості сучасних інженерних пакетів прикладних програм для проведення комп'ютерного моделювання. Виділено два підходи, які можуть бути використані для моделювання багатофазних течій: моделі розподіленої течії та дисперсні моделі. Розглянуто можливості сконфігурованих фізичних інтерфейсів пакету Comsol Multiphysics, що реалізують методи моделювання багатофазних течій: системи рівнянь, що в них закладені, їх можливості та обмеження, галузі застосування, точність визначення положення міжфазної границі, можливість моделювання турбулентності. Сформульовані директиви вибору моделі багатофазної течії в залежності від поставленої задачі. Поставлена задача та побудована дисперсна модель для дослідження перемішування рідини в замкнутій ємності при інжектуванні газової фази знизу, використовуючи Bubble Flow інтерфейс пакету Comsol. Описано етапи настроювання фізичного інтерфейсу, постановку початкових та граничних умов, побудову розрахункової сітки. Досліджено фізичний процес на основі отриманих результатів: діаграм об'ємної концентрації газової фази та діаграм модуля швидкості рідкої фази із лініями течії. Зроблено висновок про утворення циркуляційної течії із великою областю циркуляції всередині та вихорами зворотної циркуляції Маффата у кутах. Визначено характер течії, час переходу течії до стаціонарного стану, можливі зони застою рідини.

Ключові слова: динаміка рідини, рівняння Нав'є-Стокса, обчислювальна гідродинаміка, багатофазна течія, комп'ютерна модель, модель розподіленої багатофазної течії, дисперсна модель, функція фазового поля, рівняння переносу, барботування, циркуляційна течія, вихори Маффата, зони застою.

Постановка проблеми. Під багатофазним середовищем розуміється суцільне середовище, що складається з декількох компонент (фаз) з різними фізичними характеристиками [1-3]. Неважко переконатися, що різні типи багатофазних систем (рідина-газ, рідкі емульсії, потоки рідини або газу з твердими частинками) зустрічаються частіше, ніж однофазні. Природні явища і техніка дають величезну кількість прикладів багатофазних систем [2]. У природі багатофазними середовищами є дим, туман, смог, дощ тощо. У техніці типовим прикладом двофазного потоку є потік пара з краплями рідини. Розглядаючи лише технічні пристрої, багатофазні течії зустрічаються при генерації і подальшій конденсації пару в установках теплової та атомної енергетики, процеси дистиляції, ректифікації, випарювання, використовується в хімічній промисловості, холодильній та криогенній техніці, харчових виробництвах. Задачі моделювання багатофазних течій зустрічаються в таких областях як метеорологія і океанологія, при використанні гідродинамічного підходу до опису різних геологічних процесів, конвективного масопереносу мантіїних порід, фільтраційні течії. Інші області застосування пов'язані з вирішенням різноманітних інженерних і технологічних задач

в області проектування охолоджувальних систем, розробки і опису динаміки різних композитних матеріалів, сипучих сумішей і технологічних рідин.

В силу широкого спектру розв'язуваних задач із багатьох наукових дисциплін та різних інженерних областей, математичне та комп'ютерне моделювання багатофазних течій є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні обчислювальна гідродинаміка це підрозділ механіки суцільних середовищ, що включає сукупність фізичних, математичних і чисельних методів, призначених для вивчення структур течій та обчислення характеристик цих процесів. Розвитку цьому розділу присвячена низка наукових праць, зокрема оглядові [4, 5].

Стрімкий розвиток обчислювальної гідродинаміки призвів до появи цілого ряду програмних продуктів. Можливості таких пакетів прикладних інженерних програм розширюються щодня і спрощують процес інженерної розробки і наукових досліджень. Найпоширенішими є програмні продукти ANSYS CFX, ANSYS Fluent, Comsol Multiphysics, Open Foam, Flow Vision [5].

ANSYS - універсальна програмна система, заснована на методі скінчених елементів. Система здатна розв'язувати лінійні та нелінійні, стаціонарні та нестаціонарні просторові задачі механіки деформівного твердого тіла та механіки конструкцій (включаючи нестаціонарні геометрично і фізично нелінійні задачі контактної взаємодії елементів конструкцій), задачі механіки рідини та газу, теплопередачі і теплообміну, електродинаміки, акустики, а також механіки зв'язаних полів. Включає в себе ряд програмних продуктів, з яких для моделювання гідродинаміки використовують Ansys Fluent і Ansys CFX.

Ansys Fluent пропонує широкий вибір фізичних моделей для опису течій, моделювання турбулентності, теплообміну і хімічних реакцій в різних процесах: обтікання крила літака, бульбашкової течії в барботажній колоні, хвильового навантаження на нафтову платформу, кровотік в артерії, очищення стічної води.

Ansys CFX - це високопродуктивний інструмент для розв'язку задач обчислювальної гідрогазодинаміки. Ansys CFX широко застосовується в турбомашинобудуванні для моделювання процесів, що відбуваються в насосах, вентиляторах, компресорах, газових і гідротурбін, в тому числі при взаємодії обертових і нерухомих лопаток. Надійність і точність розрахунків забезпечують вирішувач із можливістю розпаралелювання і великий вибір фізичних моделей. Гнучкий графічний інтерфейс передбачає можливість налаштування і автоматизації процесу моделювання.

Програмний комплекс **FlowVision** - комплексний програмний продукт для моделювання тривимірних течій рідини і газу, створений командою розробників компанії ТЕСИС в тісній співпраці з науково-дослідними організаціями та промисловими підприємствами в Росії і за кордоном. FlowVision заснований на чисельному розв'язку тривимірних стаціонарних і нестаціонарних рівнянь динаміки рідини і газу, які включають в себе закони збереження маси, імпульсу (рівняння Нав'є-Стокса), рівняння стану. Для розрахунку складних рухів рідини і газу, супроводжуваних додатковими фізичними явищами, такими, як, турбулентність, горіння, контактні границі розділу, пористість середовища, теплоперенос і так далі, в математичну модель включаються додаткові рівняння, що описують ці явища. FlowVision використовує скінченно-об'ємний підхід для апроксимації рівнянь математичної моделі. Рівняння Нав'є-Стокса розв'язуються методом розщеплення за фізичними процесами.

COMSOL Multiphysics - програмне середовище, що забезпечує всі етапи моделювання (визначення геометричних параметрів, опис фізики, візуалізація), що дозволяє моделювати будь-які фізичні процеси, які можуть бути представлені у вигляді системи диференціальних рівнянь в частинних похідних. Серед розглянутих дисциплін - електротехніка, механіка, гідродинаміка, хімія (в тому числі з урахуванням хімічної кінетики), явища на мікрорівні, оптичні і високочастотні ефекти. COMSOL Multiphysics включає в себе графічний користувальницький інтерфейс (GUI) і набір попередньо сконфігурованих фізичних інтерфейсів і інструментів моделювання, які призначені для стандартних задач моделювання. Додаткові модулі розширюють можливості платформи COMSOL Multiphysics, забезпечуючи моделювання в специфічних областях науки і техніки та інтеграцію з програмними пакетами сторонніх розробників і їх функціями. Використовуючи настановані інтерфейси, можна моделювати будь-яку комбінацію взаємопов'язаних фізичних процесів на основі методу скінченних елементів. Серед таких процесів: механіка, електромагнетизм, гідродинаміка, хімія, акустика, теплопровідність, оптика і багато інших. COMSOL Multiphysics дозволяє крім використання вбудованих фізичних інтерфейсів проводити мультифізичне моделювання і додавати до моделей свої рівняння.

Таким чином, використання професійно орієнтованих програмних комплексів (ANSYS або COMSOL) дає принциповий вииграш в швидкості отримання кінцевого результату, в порівнянні з традиційними способами моделювання, що дозволяє зосередитися на фізичній сутності досліджуваної задачі.

Мета дослідження. Метою роботи є дослідження можливостей розрахункового пакету міждисциплінарних досліджень COMSOL Multiphysics для моделювання багатофазних течій, зокрема фізичних інтерфейсів пакету, їх порівняння та аналізу області застосування. Крім того, на основі цього аналізу, створення моделі перемішування рідини в замкнутій ємності при ін'єктуванні газу знизу. Дослідження циркуляційної течії, що утворюється.

Основний матеріал дослідження. Під фазою розуміється окрема частина (компонента) однорідної системи, обмежена поверхнею розділу.

Багатофазна течія – це спільна течія декількох фаз, тобто течія суміші, в якій можуть бути присутніми газоподібна, рідка і тверда фази кількох речовин.

Залежно від агрегатних станів речовин виділяють наступні види течій:

- суспензії - суміші рідини з твердими частинками;
- емульсії - суміші рідини з краплями іншої рідини;
- газосуспензії - суміші газу з твердими частинками або краплями рідини;
- аерозависі та аерозолі - суміші повітря з твердими або рідкими частками;
- бульбашкове середовище - суміші рідини з бульбашками газу.

У межах кожної окремої фази правомірні звичайні диференціальні рівняння суцільного середовища, що відображають фундаментальні закони збереження маси, імпульсу і енергії.

Математична модель гомогенної системи. Математичний опис стану рухомої рідини, або «рідкої частинки», здійснюється за допомогою функцій, що визначають розподіл швидкості рідини $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$ і будь-яких її двох термодинамічних величин, наприклад тиску $p = p(x, y, z, t)$ і густини $\rho = \rho(x, y, z, t)$. При вивченні руху суцільного середовища

можна використовувати два підходи: один з них називається лагранжевим, інший - ейлеровим. Підходи Лагранжа та Ейлера доповнюють один одного, але мають різні області застосування. При цьому переваги одного із методів є недоліками іншого.

При використанні підходу Ейлера, течія рідини описується рівняннями Ейлера (для ідеальної рідини) або Нав'є – Стокса (для в'язкої). Рівняння Нав'є-Стокса - нелінійне диференціальне рівняння в частинних похідних, що описує рух в'язкої рідини. Для ізотермічної течії в'язкої нестисливої рідини рівняння має вигляд [6]:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} + \vec{F} \quad (1)$$

де ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості,
 Δ – оператор Лапласа.

До рівнянь руху (1) додається рівняння нерозривності, що представляє собою рівняння збереження маси. Для нестисливої рідини рівняння нерозривності має вигляд:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

Для моделювання течій в'язкої нестисливої ізотермічної рідини необхідно задати рівняння руху Нав'є-Стокса (1), рівняння нерозривності (2) та відповідні початкові та граничні умови. В якості початкової умови задається поле швидкості у початковий момент часу t_0 .

$$\vec{u}(\vec{r}, t) \Big|_{t=t_0} = \vec{u}(\vec{r}, t_0) \quad (3)$$

До граничних умов відносяться, наприклад, умова прилипання, що задається на границях твердих тіл L (4) або значення швидкості на нескінченності (5).

$$\vec{u}(\vec{r}, t) \Big|_{\vec{r} \in L} = 0 \quad (4)$$

$$\vec{u}(\vec{r}, t) \Big|_{|\vec{r}| \rightarrow \infty} = \vec{u}_\infty \quad (5)$$

На сьогодні загального аналітичного розв'язку рівняння Нав'є-Стокса не було отримано. Такий розв'язок отримано лише для окремих випадків, обумовлених низкою припущені або простою геометрією. Тому в більшості випадків застосовують чисельні методи.

Моделі гетерогенних течій. На міжфазних поверхнях необхідно забезпечувати виконання певних граничних умови, що відображають ефекти взаємодії фаз. Ці умови коротко називатимемо умовами спільності. Сукупність систем рівнянь збереження для кожної з фаз і умов спільності становить математичний опис механіки гетерофазних систем. Для розв'язку прикладних задач механіки багатозфазних систем вводять різні спрощення - моделі.

Модель роздільної течії є нечастим випадком, при якому реальна картина газорідної течії відтворюється в моделі досить точно. Взаємодія газового (парового)

потоків із плівкою рідини, кільцеві двофазні потоки, в яких переважна частина рідини тече у вигляді тонкої плівки по стінці, а в ядрі потоку рухається газ, розшаровані течії в горизонтальних каналах - це ті задачі, для яких модель роздільної течії цілком доречна. В рамках цієї моделі рівняння збереження записуються окремо для газової і рідкої фаз, при цьому форма границі розділу передбачається відомою (плоскою або циліндричною). Реальна картина в цих видах течій, як правило, набагато складніша за ту, що приймається в моделі (в ній зазвичай не враховують наявність рідких крапель в потоці газу, хвилі на міжфазній поверхні).

Широке застосування обчислювальної техніки в проектних розрахунках зробило надзвичайно популярною **модель багатошвидкісного континууму**. Відповідно до цієї моделі кожна фаза заповнює собою один і той же об'єм, зайнятий багатофазною сумішшю. Для кожної фази визначається густина, віднесена до повного об'єму суміші, швидкість та інші параметри. Таким чином, в кожній точці об'єму, зайнятого сумішшю, що складається з N фаз, визначають N густини, N швидкостей і т.д. При такому підході основні труднощі розрахунку переносяться на моделювання міжфазного обміну масою, імпульсом і енергією. Для такого моделювання потрібно вводити гіпотези про форму і площу поверхні міжфазної границі та закономірності перенесення через цю границю.

Методи моделювання багатофазних течій в Comsol Multiphysics. Розглядаються можливості розрахункового пакету міждисциплінарних досліджень COMSOL Multiphysics для моделювання гідродинамічних задач, зокрема багатофазних течій. Пакет COMSOL Multiphysics включає в себе набір попередньо сконфігурованих для користувача інтерфейсів, модулів і інструментів моделювання, які значно полегшують процес створення математичної моделі і задання моделі розрахункової області (2D або 3D).

Програмне забезпечення COMSOL Multiphysics дозволяє моделювати багатофазні системи для розв'язку широкого спектра задач. Залежно від характерних розмірів фаз багатофазної течії використовують різні моделі і підходи, які можна умовно розділити на два класи:

- Методи відстеження міжфазної поверхні;
- Дисперсні методи.

У методах відстеження міжфазної поверхні (surface tracking methods) можна детально змоделювати форму фазової границі, наприклад, форму границі розділу фаз типу газ-рідина між газовою бульбашкою і рідиною. Побудовані в рамках цього методу моделі, **називають моделями розподіленої багатофазної течії**. Такі моделі призначені для моделювання течії двох або більше не змішуваних рідин, розділених явно вираженою поверхнею. Методи відстеження міжфазної поверхні краще підходять для розв'язку задач мікрогідродинаміки, коли потрібно відстежувати малу кількість крапель або бульбашок.

У разі якщо фази течії мають різний фізичний масштаб і складно відстежити фазову границю, використовують **моделі дисперсної багатофазної течії**. В цьому випадку присутність різних фаз описується за допомогою характеристик, таких як об'ємні частки, в той час як міжфазні ефекти, такі як поверхневий натяг, плавучість і перенесення через границю фаз, розглядаються як джерела і стоки в рівняннях моделі дисперсної багатофазної течії.

На рис. 1 показано принципову відмінність між описаними двома підходами для моделей розподіленої та дисперсної багатофазної течії.

Інформаційні технології

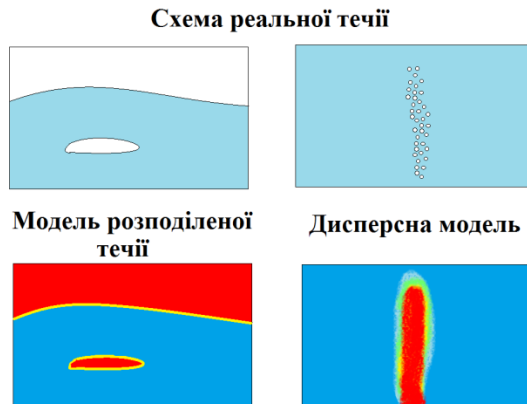


Рисунок 1 – Два підходу до моделювання багатофазних течій: схеми моделей розподіленої багатофазної течії та дисперсних течій

В обох наведених випадках на рис. 1 для опису присутності газової і рідкої фаз використовується функція ϕ . Функція фазового поля ϕ не має фізичного сенсу, крім відстежування місцеположення фазових границь. Причому в моделі розділеного багатофазної течії різні фази суворо відокремлені один від одного, і між ними існує різка фазова границя, на якій функція фазового поля ϕ різко змінюється від значення $\phi = 0$ для одної фази та $\phi = 1$ для іншої [7].

У моделі дисперсної багатофазної течії функція ϕ описує локальну об'ємну концентрацію дисперсної фази в неперервній фазі (наприклад, газу в рідині). Об'ємна концентрація дисперсної фази може змінюватися в межах $0 \leq \phi \leq 1$ і визначається за формулою [2]:

$$\phi = \frac{V_{\text{д.ф.}}}{V}, \tag{6}$$

де $V_{\text{д.ф.}}$ – локальний об'єм дисперсної фази;

V – загальний локальний об'єм рідини.

Моделі розподілених і дисперсних течій реалізовані в різних інтерфейсах багатофазних течій (Multiphase Flow) пакета Comsol (рис. 2).

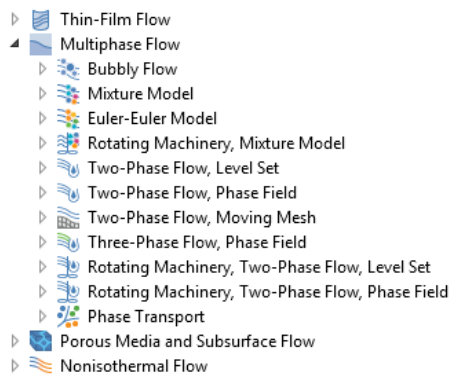


Рисунок 2 – Дерево модуля Multiphase Flow, що містить інтерфейси для моделювання багатофазних течій

Моделі розділених багатофазних течій. Для створення моделей розподілених багатофазних течій в COMSOL Multiphysics існує три основні методи:

- Метод функції рівня (Level set)
- Метод фазового поля (Phase field)
- Метод рухомий сітки (Moving mesh)

На основі цих методів користувачу доступні шість фізичних інтерфейсів для моделювання двофазних та трифазних течій, а також рухомих обертальних частин техніки. Порівняння цих інтерфейсів дозволило сформуванати таблицю 1.

Таблиця 1 – Порівняння методів відстеження міжфазної поверхні

	Метод функції рівня	Метод фазового поля	Метод рухомий сітки
Галузь застосування	Широка	Широка	Не підтримує топологічних трансформацій
Точність положення міжфазної границі	добра	краще	найкраща
Рівняння, що розв'язуються	1. рівняння Нав'є-Стокса 2. рівняння нерозривності 3. рівняння переносу	1. рівняння Нав'є-Стокса 2. рівняння нерозривності 3. Два рівняння переносу	1. рівняння Нав'є-Стокса 2. рівняння нерозривності 3. метод переміщення сітки
Моделі турбулентності:	RANS, k-ε	RANS, k-ε	немає

Перевагою методу рухомої сітки є можливість більш точно змоделювати міжфазну границю та прикладати сили безпосередньо до фазової границі. Для методів функції фазового поля для того, щоб більш точно змоделювати міжфазну границю потрібна детальна сітка по всій області розв'язку. Це знижує їх продуктивність по відношенню до методу рухомої сітки з тією ж точністю.

Загалом, вказівки до застосування моделей розподіленої багатофазної течії можна узагальнити наступним чином:

- Для систем, де змін топології не очікується, зазвичай краще застосовувати метод рухомої сітки;
- У випадках, коли очікуються зміни топології, слід використовувати методи функції рівня або фазового поля;
- Якщо вплив поверхневого натягу великий, краще застосовувати метод фазового поля;
- Якщо поверхневим натягом можна знехтувати, краще використовувати метод функції рівня.

Моделі дисперсних багатофазних течій. У випадках, коли границі розділу фаз неможливо чітко визначити через їх складності, зокрема при моделюванні великої кількості бульбашок, крапель або твердих частинок, необхідно використовувати моделі дисперсних багатофазних течій. У цих моделях розраховується не точне положення границі розділу фаз, а об'ємна частка кожної фази, що дозволяє обійтися меншими обчислювальними ресурсами. Використовуючи моделі дисперсних течій можна моделювати, наприклад, циркуляцію киплячого шару - технологію, яку дуже часто використовують в харчовій, фармацевтичній промисловості і в хімічній обробці. На рис. 3 зображено приклад дисперсної моделі, в якій дисперсна фаза - тверді частинки, що переносяться вгору по каналу потоком повітря.

До моделей дисперсних середовищ, реалізованих в Comsol відносяться:

- Модель бульбашкової течії (для малих об'ємних часток легкої фази в більш щільній фазі);
- Модель суміші (для невеликої об'ємної частки дисперсної фази або декількох дисперсних фаз в неперервній фазі, яка має приблизно таку ж густину, як і дисперсна фаза або фази);
- Модель Ейлера - Ейлера (для будь-якого типу багатофазного потоку);

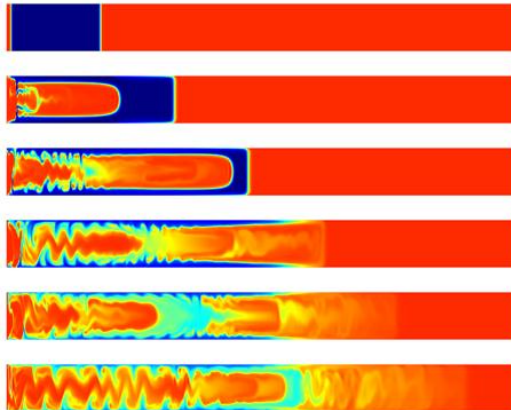


Рисунок 3 – Дисперсна модель перенесення частинок твердої фази течією повітря

Використання кожної із дисперсних моделей в Comsol залежить від постановки задачі та вимог до комп'ютерної моделі. На основі аналізу можливостей сконфігурованих в Comsol інтерфейсів створено порівняльну таблицю 2, що може бути застосована для вибору відповідної поставленої задачі моделі.

Таблиця 2 – Порівняння можливостей дисперсних моделей в Comsol

	Модель Ейлера	Модель Ейлера-Ейлера	Модель бульбашкової течії	Модель змішання
Можливі суцільні середовища	<ul style="list-style-type: none"> • рідина • газ 		<ul style="list-style-type: none"> • рідина 	<ul style="list-style-type: none"> • рідина
Можливі дисперсні фази	<ul style="list-style-type: none"> • тверді частинки • бульбашки • краплі 		<ul style="list-style-type: none"> • бульбашки 	<ul style="list-style-type: none"> • тверді частинки • бульбашки • краплі

Інформаційні технології

Припущення	<ul style="list-style-type: none"> • Розмір дисперсних частинок, бульбашок або крапель набагато менше розміру осередків розрахункової сітки • Густина кожної фази постійна 	<ul style="list-style-type: none"> • Розмір дисперсних бульбашок набагато менше розміру комірок розрахункової сітки • Густина газу дуже мала в порівнянні з густиною рідини • Об'ємна частка газу не перевищує 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> • Розмір дисперсних частинок або крапель набагато менше розміру комірок розрахункової сітки • Густина кожної фази постійна • Краплі або частки дисперсної фази рухаються з рівноважної швидкістю
Рівняння для ламінарної течії	<ul style="list-style-type: none"> • рівняння Нав'є-Стокса для кожної з фаз • рівняння нерозривності • рівняння переносу маси 	<ul style="list-style-type: none"> • рівняння Нав'є-Стокса для рідини • рівняння нерозривності для газорідинної суміші • рівняння переносу 	<ul style="list-style-type: none"> • рівняння Нав'є-Стокса для газорідинної суміші • рівняння нерозривності для газорідинної суміші • рівняння переносу

Методи дисперсних багатофазних течій дозволяють вивчати системи з мільйонами і мільярдами бульбашок, крапель або частинок. Але навіть найпростіші дисперсні моделі можуть генерувати дуже складні й вимогливі модельні рівняння. Розвиток цих моделей в варіаціях, які добре адаптовані для опису конкретних сумішей, дозволило інженерам і вченим вивчити багатофазну течію з відносно хорошою точністю і з розумними обчислювальними витратами.

Моделювання перемішування рідини при інжектуванні газу знизу. Барботування – це метод перемішування рідин і суспензій шляхом пропускання через них газу або пари. Газ проходить через шар рідини за допомогою труб з дрібними отворами (3-6 мм). При барботуванні створюється велика міжфазна поверхня на границі рідина - газ, що сприяє інтенсифікації тепло- і масообмінних процесів, а також більш повної хімічної взаємодії газів з рідинами. Застосування цього методу особливо доцільно в тих випадках, коли газ або окремі його компоненти (наприклад, кисень повітря) повинні вступати в хімічну реакцію з рідиною.

Задача полягає в дослідженні процесу перемішування речовини в баку при інжектуванні газу знизу ємності. В якості речовини рідкої фази була взята вода, а для газової фази – повітря. Таким чином, розглядається двофазна течія типу «рідина-газ». Оскільки газова фаза складається з великої кількості бульбашок, для моделювання такої гідродинамічної системи використовуємо дисперсну модель, що реалізована у фізичному інтерфейсі бульбашкової течії (*Bubble flow*) пакету Comsol Multiphysics.

При настроюванні інтерфейсу *Bubble flow* пакета Comsol була виконана послідовність наступних етапів:

1. Створена 2D геометрія розрахункової області, що представляє з себе полігон (рис. 3.2). Нижня границя складається з трьох ребер, середнє з яких має роль вузла інжектування газової фази.
2. Доданні матеріали – речовини, що приймають участь у моделюванні: вода та повітря.
3. Проведено налаштування фізики процесу. Рівняння, що описують фізичний процес, зображені на рис. 4. Це рівняння Нав'є-Стокса та нерозривності для рідкої фази та переносу для газової.

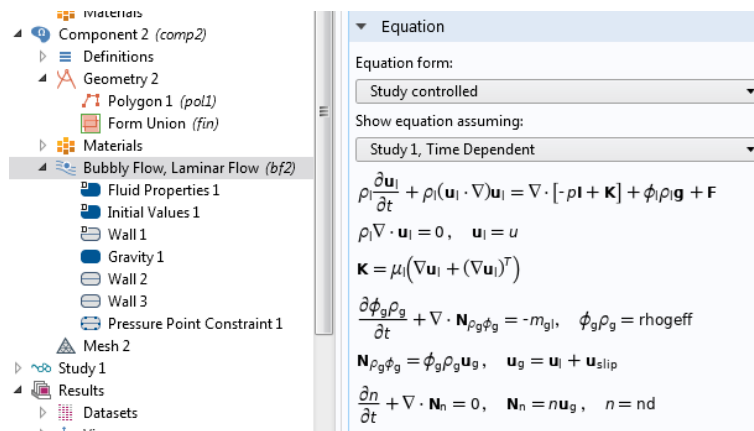


Рисунок 4 – Рівняння інтерфейсу бульбашкової течії

Задана фізика ламінарних течій, оскільки число Рейнольдса, що обчислюється за формулою (3.1), в розрахунках не перевищує 2000.

$$\text{Re} = \frac{U_g \cdot L \cdot \rho_g}{\mu_g}, \quad (7)$$

- де U_g – швидкість руху газової фази,
 L – гідравлічний діаметр,
 ρ_g – густина газової фази,
 μ_g – коефіцієнт динамічної в'язкості.

Налаштування фізики складається з наступних кроків:

- 3.1 Властивості речовин у блоці *Fluid Properties*, а саме густина та динамічна в'язкість рідкої та газової фаз встановлені із доданих матеріалів.
- 3.2 Початкові умови задано за замовчуванням: нульова швидкість по всій області та нульова концентрація газової фази.
- 3.3 Задано граничні умови.
 - 3.3.1 На нижній середній границі полігона задана умова потоку для газової фази та умова непротікання для рідкої (рис. 5).

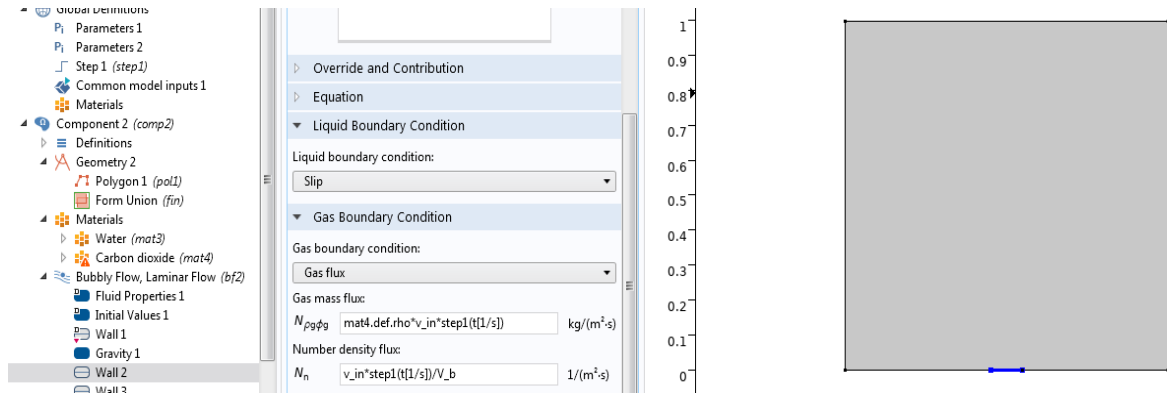


Рисунок 5 – Завдання умови потоку газової фази

Масовий потік газу заданий як добуток густини газу та швидкості інжектування. Густина потоку частинок визначається як відношення швидкості до об'єму бульбашки. Для забезпечення відповідності між початковими та граничними умовами введено функцію *step*, що плавно змінює задані значення від нуля в початковий момент часу до максимального значення.

3.3.2 При моделюванні перемішування ми не розглядаємо деформацію вільної поверхні (поверхні води). При цьому вода може рухатися по дотичній до вільної поверхні, але її нормальна компонента прирівнюється до нуля. Це реалізовано заданням умови проковзування (*Slip*) для рідкої фази. Для газової фази задана умова витoku (рис. 3.6).

3.3.3 Для решти границь задано умову непротікання для рідкої фази (*no-slip*), що забезпечує нульову швидкість рідкої фази на границях $u = 0$ та відсутності потоку для газової фази.

3.4 Додано гравітаційні сили та умову постійного тиску для правої верхньої точки області.

4. Побудова розрахункової сітки. Побудова розрахункової сітки є важливим етапом при чисельному розв'язку диференціальних рівнянь. При використанні пакету COMSOL процес побудови сітки максимально автоматизований, що дозволяє істотно пришвидшити процес розв'язку та не потребує у користувача програми додаткових навиків. Для розв'язку поставленої задачі виявилось достатнім використання інструментів автоматичної побудови сітки (*physics-controlled mesh*), що за замовчуванням параметрів триангулює розрахункову область. При цьому необхідно лише коректувати розмір елементів сітки.

Моделювання поставленої задачі - багатофазної течії типу «рідина-газ». В квадратний бак, що заповнений водою зі швидкістю $u_m = 0,001$ м/с інжектується повітря через вузол посередині нижньої границі. Для оцінки часу встановлення стаціонарного стану гідродинамічної системи, проведені розрахунки на сітці «Finer» для інтервалу часу $t = 0,100$ с. Результати моделювання для останнього моменту часу продемонстровані на рис. 6.

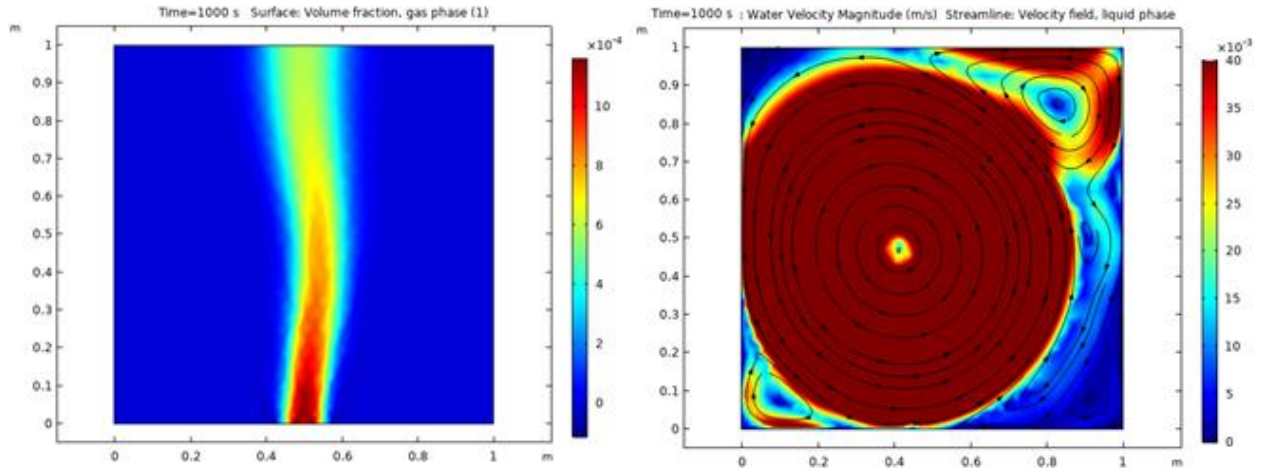


Рисунок 6 – Багатофазна течія в момент часу $t = 1000$ с. Зліва направо: діаграма об’ємної концентрації газової фази та діаграма модуля швидкості рідкої фази із лініями течії

ВИСНОВКИ

Пакет COMSOL Multiphysics включає в себе набір попередньо сконфігурованих для користувача фізичних інтерфейсів, які значно полегшують процес моделювання фізичних процесів. Для моделювання багатофазних течій використовують різні моделі, які можна умовно розділити на два класи: методи відстеження міжфазної поверхні, дисперсні методи.

У методах відстеження міжфазної поверхні (surface tracking methods) можна детально змоделювати форму фазової границі, наприклад, форму границі розділу фаз типу газ-рідина між газовою бульбашкою і рідиною. Ці методи краще підходять для розв’язку задач мікрогідродинаміки, коли потрібно відстежувати малу кількість крапель або бульбашок. У разі якщо фази течії мають різний фізичний масштаб і складно відстежити фазову границю, використовують моделі дисперсної багатофазної течії.

Для моделювання процесу перемішування речовини в баку при інжектуюванні газу знизу ємності (барботування) була використана дисперсна модель, що реалізована у фізичному інтерфейсі бульбашкової течії (*Bubble flow*) пакету Comsol Multiphysics. Розглядаючи динаміку такої течії зроблені наступні висновки:

4. Бульбашки повітря, що відображені об’ємною концентрацією газової фази, поступають знизу області із встановленою швидкістю, піднімаються вгору передаючи імпульс воді та покидають ємність через верхню границю. Течія газової фази приводить в рух рідину, що не витікає із ємності, а циркулює в ній.

5. Розмір циркуляційної зони збільшується з часом. При $t > 250$ структура течії не змінюється, формується велика циркуляційна зона із невеликими вторинними вихорами Маффата в кутах.

6. В області правого кута швидкість циркуляції близька до нуля, що може призвести до застою рідини.

Таким чином, використання професійно орієнтованих програмних комплексів дає принциповий вииграш в швидкості отримання кінцевого результату, в порівнянні з традиційними способами моделювання, що дозволяє зосередитися на фізичній сутності досліджуваної задачі.

Список використаних джерел:

7. Михеева, Е. В. Поверхностные явления и дисперсные системы. Коллоидная химия : сборник примеров и задач / Е. В. Михеева, Н. П. Пикула, С. Н. Карбаинова. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – 116 с.
8. Соу, С. Л. Гидродинамика многофазных систем / С. Л. Соу. – М. : Мир, 1971. – 536 с.
9. Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред / Р. И. Нигматулин. – М. : Наука, 1978. – 336 с.
10. Белоцерковский, О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред / О. М. Белоцерковский. – М. : Физматлит, 1994. – 448 с.
11. Голубев, С. О. Засоби комп'ютерного моделювання в галузі обчислювальної гідродинаміки / С. О. Голубев, О. Г. Лебиль, Д. І. Черній // Математичне моделювання в економіці. – 2019. – № 2 (15). – С. 21–38.
12. Хмельник, С. И. Уравнения Навье-Стокса. Существование и метод поиска глобального решения / С. И. Хмельник. – Израиль : МиС, 2010. – 106 с.
13. Han, J. Liquid phase mass transfer coefficient of carbon dioxide absorption by water droplet / J. Han, D. A. Eimer, M. C. Melaaen // Energy Procedia. – 2013. – Vol. 37. – P. 1728–1735.

Остапенко А. А., Липунов Д. А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ СРЕДСТВАМИ СОВРЕМЕННЫХ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ

В работе рассмотрена физика многофазных течений, математические модели гомогенных и гетерогенных течений. Проанализировано состояние современной вычислительной гидродинамики и возможности современных инженерных пакетов прикладных программ для проведения компьютерного моделирования. Выделено два класса подхода, которые могут быть использованы для моделирования многофазных течений: модели распределенных течений и дисперсные модели. Рассмотрены возможности сконфигурированных физических интерфейсов пакета Comsol Multiphysics, реализующих методы моделирования многофазных течений: системы уравнений, которые в них заложены, их возможности и ограничения, области применения, точность определения положения межфазной границы, возможность моделирования турбулентности. Сформулированы директивы выбора модели многофазного течения в зависимости от поставленной задачи. Поставлена задача и построена дисперсная модель для исследования перемешивания жидкости в замкнутой емкости при инжектировании газовой фазы снизу, используя Bubble Flow интерфейс пакета Comsol. Описаны этапы настройки физического интерфейса, постановку начальных и граничных условий, построение расчетной сетки. Исследован физический процесс на основе полученных результатов: диаграмм объемной концентрации газовой фазы и диаграмм модуля скорости жидкой фазы с линиями тока. Сделан вывод об образовании циркуляционного течения с большой областью циркуляции внутри и вихрями обратной циркуляции Маффата в углах. Определен характер течения, время перехода течения к стационарному состоянию, возможные зоны застоя жидкости.

Ключевые слова: *динамика жидкости, уравнения Навье-Стокса, вычислительная гидродинамика, многофазное течение, компьютерная модель, модель распределенного многофазного течения, дисперсная модель, функция фазового поля, уравнение переноса, барботирование, циркуляционное течение, вихри Маффата, зоны застоя.*

Ostapenko A. A., Lipunov D. A.

SIMULATION OF MULTIPHASE FLOWS USING MODERN ENGINEERING PACKAGES

The physics of multiphase flows, mathematical models of homogeneous and heterogeneous flows are considered in this work. The state of modern computational fluid dynamics and possibilities of modern engineering packages for computer modeling are analyzed. There are two approaches that can be used to model multiphase flows: distributed flow models and dispersed models. The possibilities of configured physical interfaces of the Comsol Multiphysics package, which implement methods of modeling multiphase flows, are considered: systems of equations embedded in them, their possibilities and limitations, areas of application, accuracy of interphase boundary position determination, possibility of turbulence modeling. The directives of a model choice of a multiphase flow depending on the set task are formulated. The problem is set and a dispersed model is built to study the mixing of the liquid in a closed container when injecting the gas phase from below, using the Bubble Flow interface of the Comsol package. The stages of setting up the physical interface, setting the initial and boundary conditions, construction of the calculation grid are described. The physical process was studied on the basis of the obtained results: diagrams of the volume concentration of the gas phase and diagrams of the modulus of velocity of the liquid phase with flow lines. The conclusion is made about the formation of a circulating flow with a large area of circulation inside and vortices of Maffat reverse circulation in the corners. The flow pattern, the time of flow transition to the steady state, possible zones of fluid stagnation are determined.

Keywords: *fluid dynamics, Navier-Stokes equation, computational fluid dynamics, multiphase flow, computer model, distributed multiphase flow model, dispersed model, phase field function, transfer equation, bubbling, circulating flow, Maffat vortices, stagnation zones.*

Рекомендована до публікації: д-р фіз.-мат. наук, проф. Холькін О. М.

Стаття надійшла 15.11.2020 р.

УДК 625.143.2:004

Щербаков С. В., Ісаєва Ю. С.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ УПРАВЛІННЯ НАГРІВАННЯМ РЕЙОК В РЕЙКОГАРТІВНІЙ МАШИНІ

До числа основних завдань будь-якого металургійного виробництва слід віднести зниження собівартості і підвищення якості продукції, що випускається. Найважливішим напрямком виробництва рейок є збільшення їх якості та довговічності, що пов'язано з