

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗУБІВ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ МЕТОДАМИ, АНАЛІТИЧНИМ І КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Системи комп'ютерного моделювання (CAE-системи) застосовуються для аналізу вузлів та виробів вже на етапі проектування. Також системи допомагають при синтезі їх параметрів враховувати як конструктивні, так й технологічні аспекти, що впливають їх експлуатаційні характеристики.

У цій роботі розрахована контактна міцність - найважливіший параметр зубчастої передачі, аналітичним способом (пакет MathCAD) та методом кінцевих елементів (Solidworks Simulation). Алгоритми динамічного розрахунку зубчастих передач наведено в літературі та численних публікаціях, проте більшість з них засновані на аналітичних залежностях, спрощеннях та припущеннях, що враховуються узагальненими емпіричними коефіцієнтами. Тому остаточний висновок якості зубчастої передачі можна зробити після динамічних випробувань на стендах - автоматизованих комплексах призначених для імітації умов реальної роботи. У сучасному машинобудуванні, з метою зменшення витрат на підготовку виробництва та якнайшвидшого виходу продукції на ринок, практикується комп'ютерне моделювання CAE системами зубчастих передач. Однак у цьому питанні існує проблема - комп'ютерна модель, що оперує ідеальною геометрією дає контакт евольвентних профілів по відрізьку прямої, котра не має площі і товщини, що унеможливує додати до неї сил тиску або сформувати контакт з урахуванням сил тертя. Таким чином, щоб силовий контакт був коректним CAE-система повинна "бачити" лінію не як тонкий об'єкт, а як елемент з товщиною. В даному випадку моделювання силової взаємодії реалізовано через «контакт» поверхонь зубів із зазором та тертям. Проведений аналіз результатів значень контактних напруг, отриманих двома способами, показали їх тотожність з мінімальною розбіжністю. Також розкрито причини максимального значення контактної напруги в зоні ніжки зуба. Наведені у роботі алгоритми обчислення контактних напруг можуть застосовуватися на етапі прогнозування характеристик міцності конструкції, за умови зниження витрат на випробування з одночасним підвищенням інформативності та достовірності одержуваних результатів.

Ключові слова: контактна напруга в зубчастих передачах, CAE системи MathCAD Solidworks Simulation, формула Герца, нерівномірність розподілу напруги по ширині вінця зубчастого, тертя у зубчастих передачах.

Постановка проблеми. Аналітичний розрахунок напружень в зубчастих з'єднаннях за формулою Герца та доцільність коригуючих коефіцієнтів, що враховують нерівномірність тиску на поверхню зуба уздовж лінії контакту. Перевірка достовірності отриманих результатів методом кінцевих елементів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Надійність зубчастих зачеплень, що визначає ресурс передачі залежить від багатьох факторів, з яких можна виділити повноту контакту поверхонь зубів, тобто інтегральний показник ступеня їх прилягання в процесі робочих навантажень. Це найбільш істотно в редукторах, приводах важкої техніки, коли зубчасті передачі працюють в умовах екстремальних зусиль і навіть короткочасне перевищення допустимих навантажень може викликати мікротріщини на поверхні зубів.

Передача навантаження в зубчастій парі відбувається в результаті торкання сполучених поверхонь зубів, які під дією сил тиску крім напруги вигину, яке приймає максимальні значення біля основи ніжки зуба на його розтягнутій стороні, відчують ще контактну напругу. Контактна міцність в зубчастій передачі - це найважливіший параметр механізму, такий як здатність робочих поверхонь зубів чинити опір втомному руйнуванню, яке відомо в машинобудуванні і має історичну назву «підтинг». Шорсткість робочих поверхонь зубів впливають на тертя і як слідство, довговічність передачі і особливо на контактну втомну витривалість. Рельєф шорсткості та його висота мікронерівностей значною мірою визначає динаміку появи та розміри плями контакту.

Залежно від ступеня точності на зубчастій передачі встановлюються ряд показників (ДСТУ ISO/TR 10064-2:2006), у тому числі й норми «плями контакту» зубів, які спочатку з'являються в процесі «притирання» зубчастих коліс під навантаженням на випробувальному стенді. Розміри плями контакту грають двояку роль: з одного боку крутний момент передається через пляму контакту і його зменшення призводить до концентрації навантаження на окремих ділянках поверхонь зубів і, як наслідок їх підвищеному зносу. Разом з тим занадто велика пляма по всій висоті зуба може вказувати на неправильну форму профілю зуба або похибки взаємного положення зубчастих профілів, що призводить до швидкого зносу їх робочих поверхонь. Розміри плями контакту фактично залежать від здатності зубів витримувати контактну напругу, що виникає в зоні контакту при передачі навантаження, яке акумулює нормальна сила та тертя.

Відомо [3], що в процесі роботи зубчастої передачі між взаємодіючими зубами у всіх фазах зачеплення (вважається, що крім зачеплення в полюсній лінії) виникає ковзання, змінна швидкість якого визначається векторами окружних швидкостей точок профілів зубів, що належать сполученим колесам зубчастої пари. Це ковзання породжує тертя, сила якого пропорційною нормальному тиску, причому коефіцієнтом пропорційності служить коефіцієнт тертя. Величина останнього залежить від багатьох параметрів - виду матеріалу зубів, чистоти обробки їх робочих поверхонь, наявності мастила і таке інше. Тертя впливає на напружено-деформований стан зубів, причому не тільки в області контакту, викликаючи перерозподіл контактної напруги, але і в області перехідної зони (галтелі) зубів, впливаючи на згинальні напруги.

Обчислення напруги від сили тертя на поверхні зубів передачі критично для аналізу зносу, заїдання і втоми, так як тертя ковзання створює додаткові дотичні (зсувні) напруги, які накладаються на основні контактні напруги у її розрахунках за формулою Герца [1].

Алгоритми динамічного розрахунку зубчастих передач наведено в літературі та численних публікаціях [1; 3; 4], проте більшість з них засновані на асоціативних залежностях, спрощеннях та припущеннях, що враховуються узагальненими емпіричними коефіцієнтами. Тому остаточний висновок якості зубчастої передачі можна зробити після динамічних випробувань на стендах (наприклад ZwickRoell) - високоточних автоматизованих комплексах призначених для імітації умов реальної роботи, перевірки довговічності і надійності зубчастих передач в умовах розтягування, стиснення і циклічного навантаження. Таке обладнання дуже дороге, при цьому вартість програмного забезпечення для нього можна порівняти з вартістю його апаратної частини.

З метою зменшення витрат на підготовку виробництва, якнайшвидшого виходу продукції на ринок, практикується комп'ютерне моделювання САЕ системами не тільки кінематичних, а й динамічних процесів, що супроводжують роботу зубчастих передач. Однак у цьому питанні існує проблема - комп'ютерна модель, що оперує ідеальною геометрією дає контакт евольвентних профілів по відрізку прямої, котра не має площі і товщини, що унеможливує додати до неї сил тиску або сформувати контакт з урахуванням сил тертя.

Таким чином, щоб силовий контакт був коректним САЕ система повинна "бачити" лінію не як тонкий об'єкт, а як елемент з товщиною. В цьому випадку моделювання силового контакту по відрізка прямої різні в САЕ системах використовують спеціальні алгоритми [2].

У САЕ ANSYS контакт по відрізках прямий може бути реалізований через контактні пари типу «поверхня-поверхня» (Surface-to-Surface), де одна з поверхонь задається як контактна, а інша як цільова. Для цього вибирають елементи, які беруть участь у силовій взаємодії, як Edge (Рєбра) – одне, як контактне (slave), а інше як цільове (master).

САЕ Abaqus використовує алгоритм "General Contact" (загальна взаємодія) для моделювання контакту ребер (edge-to-edge), що дає прийнятний результат для складних конструкцій з балок.

У SolidWorks Simulation для контакту "відрізок-пряма" (наприклад, ребро - Edge) вибирають опцію для контактів "Не стикаються", вказавши для них мінімальний та максимальний діапазон зазору.

Нажаль, такі спрощення можуть знижують можливість отримання результату інженерного аналізу конструкції з достатнім ступенем наближення до реального.

Основний матеріал дослідження. Розглянемо прямозубу евольвентну зубчасту передачу (рис. 1) зі стандартним кутом зачеплення $\alpha=20^\circ$ коліс з центрами O_1 та O_2 , модулем m і коефіцієнтом торцевого перекриття рівним одиниці, тобто в момент, коли наступна пара зубів входить у зчеплення попередня виходить з нього. Конструкторською основою передачі є початкові кола зубчастих коліс радіусами R_{D1} (провідного) і R_{D2} (відомого), які в процесі зачеплення перекочуються одна по одній торкаючись в полюсі зачеплення точці S , що лежить на лінії центрів.

Основний матеріал дослідження. Розглянемо прямозубу евольвентну зубчасту передачу [1] (рис. 1) зі стандартним углом зачеплення $\alpha=20^\circ$ коліс з центрами O_1 та O_2 , модулем m і коефіцієнтом торцевого перекриття рівним одиниці, тобто в момент, коли наступна пара зубів входить у зчеплення попередня виходити з нього. Конструкторською основою передачі є початкові кола зубчастих коліс радіусами R_{D1} (провідного) та R_{D2} (відомого), які в процесі зачеплення перекочуються одна по одній торкаючись у полюсі зачеплення точці S , що лежить на лінії центрів. У даному випадку радіуси кіл початкової і ділильної рівні.

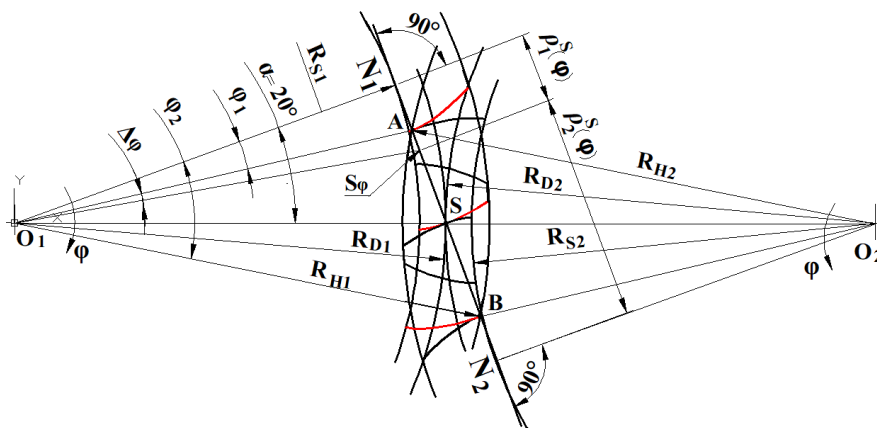


Рисунок 1 – Геометричні елементи евольвентного зачеплення коліс з центрами O_1 - O_2 і полюсом S , радіусами: ділильними R_{D1} , R_{D2} , вершин зубів R_{H1} , R_{H2} та основних кіл R_{S1} , R_{S2} , з поточним контактом у точці S_ϕ при зміні кута контакту $\Delta\phi$

Ремонт та відновлення деталей машин

При повороті коліс на угол $\Delta\varphi$ поточна точка контакту S_φ переміщається по лінії зачеплення N_1N_2 – дотичної до основних кіл R_{1S} та R_{2S} , та формує евольвентний профіль зубів. Для однієї пари зубів можна виділити активну (робочу) частину AB на лінії зачеплення зубчастої передачі в межах: у точці A – перетин колу зовнішнього профілю зубів колеса R_{H1} з N_1N_2 та точці B – перетину колу зовнішнього профілю зубів колеса R_{H2} з N_1N_2 . Для спрощення подання аналітичних залежностей, як окремий випадок встановлено рівність ділильних радіусів $R_{D1}=R_{D2}=R_D$. Центри кривизни твірної зубців лежать на основних колах R_S , а точка контакту зубів S_φ при поточному $\Delta\varphi$ ділить лінію AB на два відрізки рівним радіусам кривизни евольвентних профілів $\rho_1^S(\varphi), \rho_2^S(\varphi)$:

$$\begin{aligned} \rho_1^S(\varphi) &= 2 \cdot R_D \cdot \sin(\alpha) - \sqrt{R_D^2 \cdot \sin^2(\alpha) + (2 \cdot R_D \cdot m)^2 + m^2} + R_D \cdot \varphi \cdot \cos(\alpha) \\ \rho_2^S(\varphi) &= 2 \cdot R_D \cdot \sin(\alpha) - \rho_1^S(\varphi). \end{aligned} \quad (1)$$

Довжина активної частини лінії зачеплення $AB = 2 \cdot R_{D1} \cdot \sin(\alpha) = \rho_1^S(\varphi) + \rho_2^S(\varphi)$.

Наведений радіус кривизни дорівнює $\rho_{IP}(\varphi) = \frac{\rho_1^S(\varphi) \cdot \rho_2^S(\varphi)}{\rho_1^S(\varphi) + \rho_2^S(\varphi)} = \frac{\rho_1^S(\varphi) \cdot \rho_2^S(\varphi)}{2 \cdot R_D \cdot \sin(\alpha)}$. (2)

У передачі, без усунення, геометричні параметри зони контакту зубів можна представити кутовими значення, з початком зачеплення в точці A – кут φ_1 і вихід з зачеплення в точці B – кут φ_2 , тобто поточний кут φ в зачепленні обмежений:

$$\arctg \left[2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \sqrt{\left(\frac{R_{D1} + m}{R_{D1} \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 - 1} \right] = \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 = \arccos \left[\frac{R_{D1} \cdot \cos(\alpha)}{R_{D1} + m} \right]. \quad (3)$$

Під дією крутного моменту M_{KP} лінія зачеплення N_1N_2 формує силову взаємодію зубів: нормальної сили:

$$F_N = M_{KP} / (R_D \cdot \cos(\alpha)), \quad (4)$$

та як похідною від неї сили тертя F_{TP} , що дорівнює:

$$F_{TP} = F_N \cdot \mu, \quad (5)$$

Вектор тертя спрямований у протилежний бік напрямку відносного ковзання поверхонь контактуючих зубів, проте напруга від його дії прийнято підсумовувати до напруги від дії нормальної сили.

$E_{IP} = 2 \cdot E_1 \cdot E_2 / (E_1 + E_2)$ – характеристика податливості системи, як наведений модуль пружності матеріалів зубів колісної пари. Якщо колеса з одного матеріалу E , то наведений модуль пружності дорівнює: $E_{IP} = E$;

Одним із основних критеріїв працездатності зубів у зачепленні є контактна напруга σ_H для розрахунку якої застосовують формулу Герца [1], в основу якої фактично покладено співвідношення нормального тиску q на поверхню зуба та площі циліндра радіуса ρ_{PP} (2):

$$\sigma_H(\varphi) = \sqrt{\frac{q \cdot E_{PP}}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \mathcal{G}^2) \cdot \rho_{PP}(\varphi)}}, \text{ де } \mathcal{G} - \text{ коефіцієнт Пуассона.} \quad (6)$$

При передачі крутного моменту, що до двох зубчатих коліс виникає при повороті на крок циклічно змінна сила нормального тиску F_N , що діє вздовж лінії зачеплення N_1N_2 в точках поверхні зуба шириною b :

$$q = \frac{F_N}{b} = \frac{M_{KP}}{b \cdot R_D \cdot \cos(\alpha)} \quad (7)$$

Теоретично контакт евольвентних поверхонь зубів відбувається за відрізком прямої b , забезпечуючи ключову властивість зачеплення даного типу - передачу обертання з постійним передавальним числом. Досвідченим шляхом встановлено, що рівномірний розподіл контактної лінії b не відповідає дійсності [3; 4]. Тому в сучасних розрахунках є необхідність у формулі Герца уточнити обчислення шляхом введення коефіцієнта нерівномірності розподілу напруги по ширині вінця зубчастого [1]:

$$k(b) = 1 + \left(\frac{b^{K_b}}{2 \cdot R_D} - 1 \right)^{K_v} \quad (8)$$

Враховуючи (6) (7) (8) можна вважати, що зміна контактної напруги відповідає моделі виду:

$$\sigma_H(\varphi, b) = \sqrt{\frac{E_{PP} \cdot M_{KP} \cdot (1 + \mu) \cdot \operatorname{tg}(\alpha)}{\pi \cdot b \cdot (1 - \mathcal{G}^2) \cdot \rho_1^S(\varphi) \cdot \rho_2^S(\varphi)} \cdot \left[1 + \left(\frac{b^{K_{Hv}}}{2 \cdot R_D} - 1 \right)^{\Psi_{bq}} \right]} \quad (9)$$

Розрахуймо контактну напругу $\sigma_H(\varphi, b)$ для зубчастої передачі 9-го ступеня точності коліс [1] з модулем $m=8$, розподільчим радіусом $R_D=0.12$ м і шириною вінця $b=0.024$ м. Матеріал коліс «сталь 45» з модулем пружності $E_{PP}=2.1 \cdot 10^5$ МПа, допустимою контактною напругою $[\sigma]_H = 550$ МПа та коефіцієнтом Пуассона $\mathcal{G}=0.3$. До передачі додано крутий момент, що дорівнює $M_{KP} = 1800$ Нм і при шорсткості зубів $Ra1.25$ встановлено коефіцієнт тертя ковзання поверхонь зубів $\mu = 0.15$. Коефіцієнт, що враховує ширину вінця щодо ділильного діаметру $\emptyset(2 \cdot R_D)$ встановлений $K_{Hv} = 0.15$ [1]. Коефіцієнт динамічності [1], що враховує ступінь точності та шорсткість зубів твердістю $HV < 350$ МПа дорівнює $\Psi_{bq} = 0.128$.

Для візуального відображення функціональної залежності контактної напруги, що діє на різних ділянках поверхні зубів коліс будемо 3D графік (9) у програмному середовищі пакету

MathCAD. (рис. 2). Значення контактної напруги σ_H в характеристичних перерізах зуба при його повороті на крок, при ширині зубчастого колеса $1 \leq b \leq 24$ (мм) і зі зміною кута контакту φ в межах розрахованих (3) $5.2^\circ \leq \varphi \leq 36.3^\circ$ наведені в таблиці 1.

Основним завданням теорії моделювання є визначення однозначних співвідношень між моделлю і реальним об'єктом, тобто створення моделі процесу ідентичного реальному, поведінка якого повинна відповідати базовим закономірностям. Проведення цього процесу на реальних моделях надто дороге. Тому вибираємо для цієї мети твердотілі моделі, які з деяким наближенням поведуться так, як реальні фізичні об'єкти.

Будуємо в CAD системі SolidWorks твердотільне евольвентне [2] зубчасте зачеплення (рис. 3, б) з міжцентровою відстанню коліс O_1-O_2 , що дорівнює $\varnothing(2 \cdot R_D)$, модулем $m=8$ і всіма іншими характеристиками, встановленими для моделі в пакеті Mathcad. Для прискорення процесу розрахунку, його зручної візуалізації та виходячи з обчислювальної здатності комп'ютера залишаємо в зачепленні лише два зуби коліс та їх осі обертання. До ведучого колеса прикладено крутний момент $M_{кр}$, до веденого колеса момент опору M_c , через контакт зубів з «тертям».

Для SolidWorks Simulation моделювання динамічного контакту зубів типу «поверхня - поверхня» (Surface to Surface) дозволяє визначити напруги, що виникають в евольвентному зачепленні. Для виконання дослідження контактних тисків у зубчастій парі вказуємо матеріал коліс «сталь 45» з його фізико-механічними параметрами з бібліотеки САЕ системи. Задаємо обмеження 3D конструкції: осі, на яких базуються зубчасті колеса, нерухомі – «зафіксовані».

Для контакту зубів – теоретично за відрізком прямої, встановлюємо метод локальної взаємодії (Local Interactions). Simulation може автоматично знаходити та обробляти зазори в межах встановленого допуску. Якщо розрахунок не збігається через зміщення деталей до контакту, можна використовувати в налаштуваннях функцію «Стабілізація контакту» (Contact Stabilization). Такий підхід забезпечує можливість автоматичного вибору системою "мікро" майданчика для силової взаємодії.

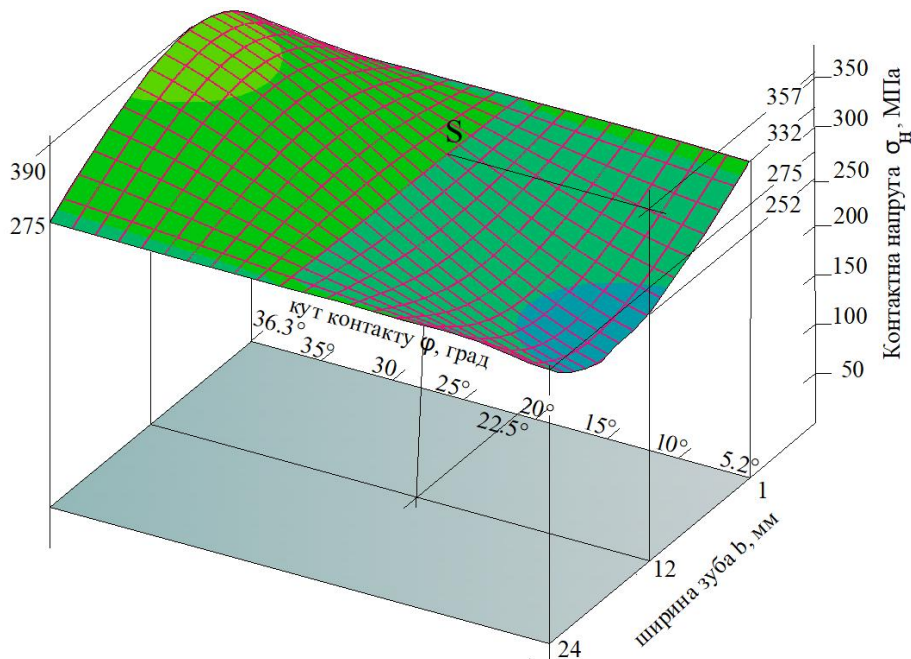


Рисунок 2 – Зміна контактної напруги σ_H по ширині зубчастого колеса b та при його повороті на кут контакту φ

Для контактів маточини коліс з їх осями задані умови: «Без проникнення» (No Penetration), посадка із зазором, з коефіцієнтом тертя $k=0.08$. При кутовий швидкості обертання коліс $\omega < 200 \text{ c}^{-1}$ коефіцієнт тертя між контактуючими поверхнями зубами приймаємо $\mu = 0.15$. Для прискорення розрахунків «сітка» (Mesh) побудована з локальним подібненням на зубах у зоні контакту.

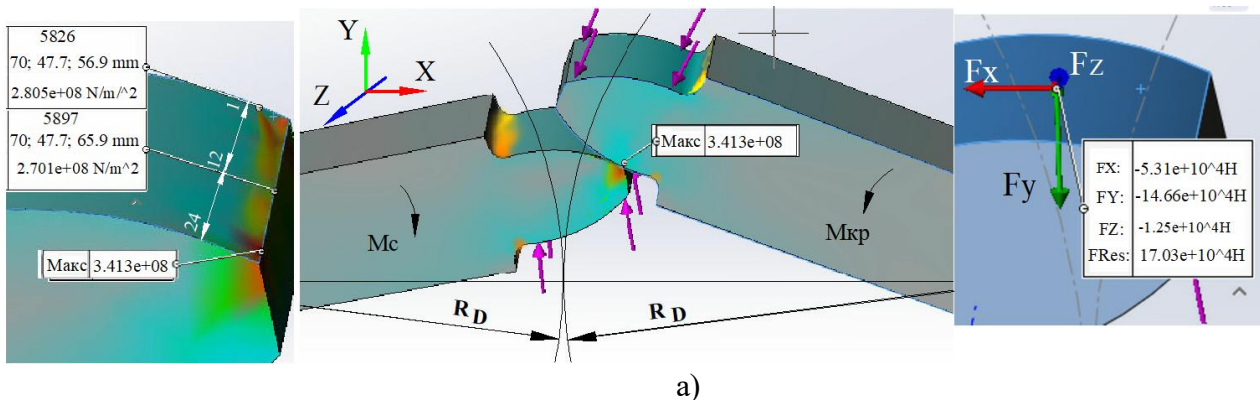
Евольвентне зачеплення двох зубів відбувається по робочих ділянках профілів (рис. 1), які умовно формуються шляхом перенесення кінцевих точок А і В лінії зачеплення на профілі зубів. У процесі зачеплення робочі ділянки профілів зубів одночасно котяться і ковзають один по одному за винятком полюса зачеплення S де вважається, що швидкість ковзання нулю, так як миттєві окружні швидкості початкових кіл у полюсі збігаються за величиною і напрямом.

З метою визначення контактних-силових характеристик поверхні зубів [2] веденого колеса (рис. 3) запускаємо дослідження (Simulation) на трьох ділянках зачеплення: початок зачеплення «вершина зуба веденого колеса – ніжка ведучого» (рис. 3, а), контакт у полюсі зачеплення S (рис. 3, б) і вихід із зачеплення «ніжка веденого - вершина ведучого зуба» (рис. 3, в). На ведене колесо діє момент опору $M_c(H)$ який долається крутним моментом $M_{кр}(H)$, ведучого колеса, викликаючи нормальний тиск $F_N = F_y(H)$ і силу тертя $F_{TP} = F_x(H)$. Напруги $\sigma_H(N/m^2)$ на ділянках зуба веденого колеса, отримані за допомогою інструмента "Зондування" записуємо в таблицю 1. При цьому "зондуються" три точки на ширині зуба $b=1, 12, 24$ (мм).

У вершини зуба (рис. 3 а) веденого колеса працюють найбільш віддалені від полюса зачеплення точки евольвентної поверхні, які вступають в контакт першими з нішкою ведучого колеса. Дані дослідження 3D моделі для $\varphi=5.2^\circ$ записуємо в таблицю 1.

Близько до полюсу (рис. 3 б), коли в зачепленні знаходиться одна пара зубів. Вважається, що у цій точці зуби перекочуються без ковзання, тому значення тертя $F_x = F_{TP}$ близько до нуля. Дані дослідження 3D моделі для $\varphi=22.5^\circ$ записуємо в таблицю 1.

У ніжки зуба (рис. 3, в). Найбільш віддалені точки від полюса - це точки активного профілю ніжки, близькі до кола западин, або межі активної лінії зачеплення. Ці точки контактують з вершинами зубів парного колеса і схильні до максимального зносу через високу швидкість ковзання. Дані дослідження 3D моделі для $\varphi=22.5^\circ$ записуємо в таблицю 1.



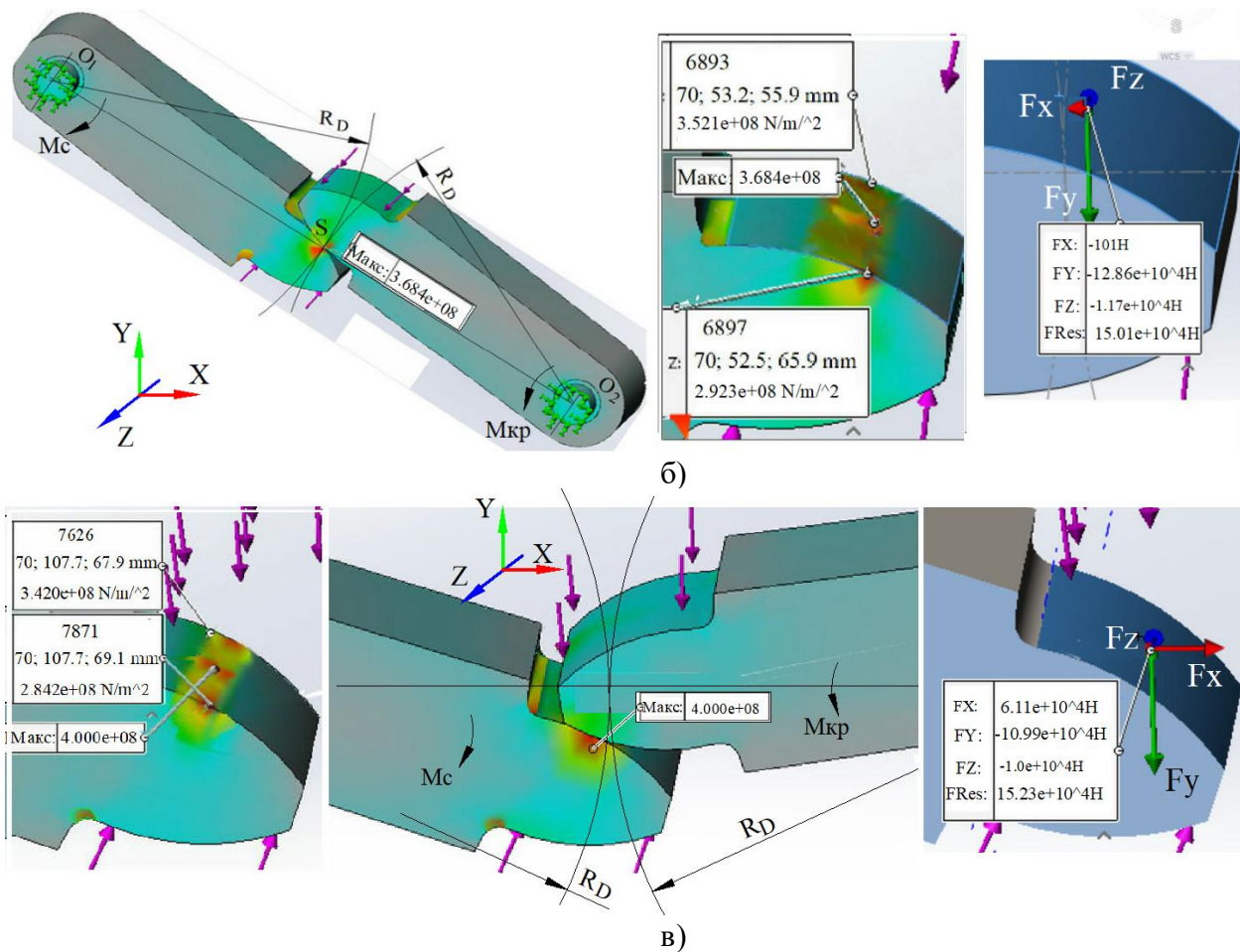


Рисунок 3 – Контактно-силові характеристики зубів колеса з R_D , на ділянках зачеплення: (а) - початок зачеплення: «вершина зуба веденого колеса – ніжка ведучого» ($\varphi=5.20$), (б) - контакт у полюсі зачеплення ($\varphi=22.50$), (в) вихід із зачеплення: «ніжка веденого колеса – вершина ведучого»; у точках по ширині зуба: $b=1, 12, 24$ (мм) "Зондування" на 3D моделі напруг (N/m^2); чинні сили в зачепленні: $F_y = F_N, F_x = F_{TP}$, при кожному куті контакту φ

ВИСНОВКИ

У зубчастій парі опір втоми за дією контактної напруги прийнято розраховувати за формулою Герца, як контакт двох циліндрів з радіусами рівними радіусам кривизни евольвентного профілю зубів у полюсі зачеплення. При цьому не враховується, що перекочування зубів відбувається зі ковзанням і тому в зачепленні відбувається тертя. Крім цього не враховується, що допуски розташування та форми деталей на складальний вузол можуть викликати динамічні сили (рис. 3, F_z), як причину нерівномірного розподілу напруги по ширині зубчастого вінця b .

У цій роботі побудовано дві моделі: аналітичну на основі MathCAD та 3D модель для аналізу методом кінцевих елементів. В аналітичній моделі до формули Герца внесені коригувальні коефіцієнти. У CAD моделі контактної напруги, інтегрованої з CAD системою зубчастої пари крім фізико-геометричних умов, що забезпечують збіжність розрахунку задіяні внутрішні алгоритми, що дають уточнені результати дослідження. Тому значення отримані шляхом зондування 3D моделі зубчастого зачеплення (Soildworks Simulation) можна вважати

більш точними в порівнянні з аналітичним розрахунком пакетом MathCAD (відмінність не більше <6%).

Таблиця 1 – Розрахунково-дослідна контактна напруга σ_H, σ_S , на поверхні зуба, залежно від кута контакту φ і ширини зуба b

	При вершині зуба ($\varphi=5.2^0$), МПа			В околицях полюса зачеплення ($\varphi=22.5^0$), МПа			Поблизу ніжки зуба ($\varphi=36.3^0$), МПа			Отримані дані з використанням пакетів
	1	12	24	1	12	24	1	12	24	
σ_H	33	25	27	332	357	275	33	390	27	MathCAD (рис. 2)
	2	1	5				2		5	
σ_S	34	27	28	352	368	292	34	400	28	Solid Simulation (рис. 3)
	1	0	0				2		4	
$\Delta\sigma$	2.7	7.5	1.8	6.0	3.0	6.8	3.0	2.6	3.3	$100 \cdot (\sigma_{HM} - \sigma_{HS}) / \sigma_{HM} (\%)$

Аналізуючи дані табл. 1 можна зробити такі висновки. Напруги в зоні ніжки зуба зубчастого колеса більші, ніж у зоні вершини і більше ніж у полюсі зачеплення. Причину цього слід шукати у побудові моделі, яка більшою мірою відповідає адекватності реальним фізико-механічним процесам напруженого стану зубів у зачепленні. Крім цього, сила тертя $F_x = F_{TP}$ в зачепленні зубчастих коліс при переході полюса зачеплення змінює свій напрямок (рис. 3, а), (рис. 3, в): до полюса сила тертя спрямована проти руху точки контакту по профілю зуба - після полюса сила тертя змінює напрямок на протилежний. Таким чином, полюс зачеплення є точкою зміни напрямку сили тертя, де відбувається перехід від тертя, що уповільнює рух у зоні входу, до тертя, що змінює її дію. Ця особливість є додатковим фактором підвищення напруги в зоні ніжки зуба.

Список використаних джерел

1. Овчаров Б. З., Мінняло А. В., Мазоренко Д. І., Тіщенко Л. М. Розрахунки і проектування деталей машин. Частина 1. Механічні передачі : навч. посіб. Харків : ХНТУСГ, 2006. 366с.
2. Михайленко В.Є. Інженерна та комп'ютерна графіка графіка / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, Ю.С. Ковальов. – Київ: Каравелла: – 2003. – 344 с.
3. Vouaillat, G., Noyel, J.-P., Ville, F., Kleber, X., & Rathery, S. From Hertzian contact to spur gears: Analyses of stresses and rolling contact fatigue. *Mechanics & Industry* 2019, 20, 626.
4. W. J. Qinn and C. Y. Guan, “An investigation of contact stresses and crack initiation in spur gears based on finite element dynamic analysis” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 83, pp. 96–103, 2014.

Leshenko O. I.

COMPARATIVE ANALYSIS OF STRESS-STRAIN STAND OF GEAR TEETH BY ANALYTICAL AND END ELEMENTS METHODS

Computer modeling systems (CAE systems) are used to analyze components and components already at the design stage. Also, the systems help in the synthesis of their parameters to include both structural and technological aspects that integrate their operational characteristics.

In this robot, the contact value is the most important parameter of the gear transmission, using the analytical method (MathCAD package) and the method of end elements (Solidworks Simulation). Algorithms for the dynamic development of gear transmissions have been suggested in the literature and numerous publications, most of them based on analytical findings, simplified assumptions and assumptions that are based on established empirical data. coefficients. Therefore, the residual strength of the gear transmission can be obtained after dynamic testing on stands - automated

An analysis of the results of the values of contact voltages removed in two ways showed their similarity with minimal separation. The reasons for the maximum value of contact stress in the area of the tooth base are revealed.

The robot's algorithms for calculating contact voltages can be used at the stage of predicting the characteristics of the value of the structure, in order to reduce the cost of testing with immediate improvements in the information content and reliability of the contents results.

Keywords: *contact stress in gear drives, CAE system MathCAD Solidworks Simulation, Hertz formula, unevenness of stress distribution along the width of the gear rim, friction in gear drives.*

Стаття надійшла 07.04.2026р.

Стаття прийнята 10.04.2026р.

Стаття опублікована 30.04.2026р.